**- Polinômio Interpolador de Newton**

Este método é baseado numa aproximação linear de uma função fazendo uma tangente à curva (fig.1).

                                            Fig.1 – Representação gráfica da tangente à curva da função *f*.

Partindo de uma estimativa inicial x0 (cujo valor não se afasta muito da raiz da função) percorre-se a tangente até à sua intersecção com o eixo dos *xx*e toma-se esse valor para a seguinte aproximação. Este processo continua até que os sucessivos valores do eixo do *xx* sejam suficientemente próximos, ou até o valor da função se aproximar de zero.

A sua fórmula é obtida a partir da construção sucessiva de polinômios de graus inferiores. Para estabelecer essa fórmula convém introduzir a noção de diferença dividida.

A diferença dividida de 1ª ordem é definida de uma forma geral por:

f [ xi, xj] = ( fi - fj ) / ( xi - xj )

e uma diferença dividida de ordem *k*, pode ser obtida a partir das anteriores :

f [ xi , ... , xi+k] = ( f [ xi+1, ... , xi+k ] - f [ xi, ... , xi+k-1 ] ) / ( xi+k - xi )

        Pode-se agora escrever a fórmula de Newton:

pn(x) = pn-1(x) + f [ x0 , ... , xn ] (x - x0) ... ( x - xn-1)

e podemos obter sucessivamente, a partir do polinômio interpolador de grau zero p0(x) = f0 :

                        p1(x) = f0 + f [ x0 , x1 ] ( x - x0)

                        p2(x) = f0 + f [ x0 , x1 ] ( x - x0) + f [ x0 , x1, x2 ] ( x - x0) ( x - x1)

                        ... etc ...

Assim, a fórmula de Newton é dada por:

-          **Erro na interpolação polinomial de Newton:**

O polinômio de grau n obtido, fn(x), é semelhante à expansão em série de Taylor mas não é exactamente igual à verdadeira função devido ao erro de truncatura.

                                      f(x) = fn(x) + Rn

         onde Rn é o erro de truncatura e é dado por

|  |
| --- |
|  |
|  |  |

em que f(n+1) é a (n+1) derivada.

         A equação anterior é semelhante  à expressão do erro de truncatura da série de Taylor. Para o seu cálculo é necessário conhecer a função e ela ser derivável, o que muitas vezes não acontece. Nesses casos, aproxima-se a derivada de ordem (n+1) pelo quociente de diferenças (“diferenças divididas”). Assim, o erro vem:

|  |
| --- |
|  |
|  |  |

              mas neste caso Rntambém contém a função desconhecida f(x), então substitui-se x por um ponto adicional xn+1.[...]

         Agora o erro será aproximadamente:

|  |
| --- |
|  |
|  |  |

         como este Rnnão é o verdadeiro erro, não se pode afirmar que

                                     f(x)= fn(x) + Rn

         mas pode-se concluir que

fn+1(x)= fn(x) + Rn